

# DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

## CURSO 2016-17

<p>APELLIDOS.....</p> <p>NOMBRE..... CURSO.....</p>
---

## NÚMEROS REALES.

- 1 Considera los números:

$$0,85; \quad 13,\overline{4}; \quad \sqrt{5}; \quad \pi; \quad -3; \quad \sqrt{12}$$

- a) Expresa como cociente de dos enteros los que sea posible.  
 b) ¿Cuáles son irracionales?  
 c) ¿Alguno es natural? ¿Y entero?

- 2 Clasifica los siguientes números según pertenezcan a los conjuntos  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  o  $\mathbb{R}$ .

$$7; \quad \frac{-3}{5}; \quad 5,23; \quad \frac{\pi}{2}; \quad \sqrt{8}; \quad 4,\overline{17}; \quad \sqrt[3]{-1}; \quad 183$$

$\mathbb{N} \rightarrow$

$\mathbb{Z} \rightarrow$

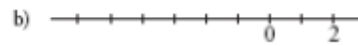
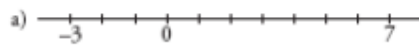
$\mathbb{Q} \rightarrow$

$\mathbb{R} \rightarrow$

- 6 Representa el conjunto de números que cumple la desigualdad y exprésalo como un intervalo o semirrecta.

a)  $-3 \leq x < 7$

b)  $-\infty < x \leq 2$



- 7 Representa gráficamente los intervalos  $A = (1, 6]$  y  $B = (5, +\infty)$  y expresa cada uno de ellos como una desigualdad.

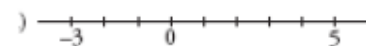


- 8 Representa y expresa como intervalo los números que verifican las siguientes condiciones:

a)  $x \in [-3, 5)$  y  $x \in [1, +\infty)$

b)  $x \in (-\infty, 1]$  o  $x \in [7, +\infty)$

8



- 9 ¿Para qué valores de  $x$  es válida la expresión  $\sqrt{x+3}$ ?

Expresa en notación científica y calcula.

a)  $\frac{2700000 \cdot 13 \cdot 10^6}{0,00003 \cdot 0,00015}$

b)  $12000^2 \cdot 0,0007^8$

Calcula y expresa el resultado en notación científica.

- 10  $(3 \cdot 10^{-5} + 7 \cdot 10^{-4}) : (10^6 - 5 \cdot 10^5) :$

Expresa como potencia y efectúa después la operación.

a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}$

b)  $\frac{\sqrt[3]{a^{10}}}{\sqrt{a}}$

**15** Simplifica los siguientes radicales:

a)  $\sqrt[4]{a^2}$

b)  $\sqrt[3]{a^{15}} =$

c)  $\sqrt[12]{a^8 b^3}$

**16** Opera y extrae factores fuera del radical.

a)  $\sqrt{5a} \sqrt{10ab} \sqrt{8a^3 b} \sqrt{a} =$

b)  $\sqrt{\frac{35}{2}} : \sqrt{\frac{2}{5}} =$

**17** Efectúa.

a)  $\sqrt{175} - 3\sqrt{7} + 2\sqrt{63}$

b)  $\sqrt{72} - \sqrt{48} - \sqrt{2} + \sqrt{3} =$

**20** Racionaliza y simplifica.

a)  $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

b)  $\frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

## POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

**1** Multiplica y simplifica las siguientes expresiones:

a)  $-4x(x-4)^2 + 3(x^2 - 2x + 3) - 2x(-x^2 + 5) :$

b)  $(3y-1)(3y+1) - (4y-3)^2 - 2(2y^2 + 16y - 16) =$

c)  $(3x-y)(x+y) - (2x+3y)^2 + x(x-y) :$

**2** Halla el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a)  $(x^3 - 3x^2 - 2) : (x^2 + 1)$

b)  $(x^5 + 7x^3 - 5x + 1) : (x^3 + 2x)$

c)  $(3x^4 - 8x^3 + 9x^2 - 2x - 7) : (x^2 - x - 1)$

**3** Aplica la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a)  $(2x^3 - x^2 + 5x - 3) : (x - 2)$

b)  $(-x^4 + 3x^2 - 2x + 1) : (x + 1)$

**4** Calcula  $P(a)$  en los siguientes casos:  $P(x) = 7x^4 - 5x^2 + 2x - 24$ ;  $a = 2$  y  $a = -3$

**5** Prueba si el polinomio  $P(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$  es divisible por alguno de estos binomios:

a)  $x = -1$

b)  $x + 1$

c)  $x - 2$

**6** Calcula el valor de  $m$  para que el polinomio  $2x^4 + mx^3 - 15x^2 - 12$  sea divisible por  $x + 2$ . Justifica el procedimiento empleado.

**7** Factoriza los siguientes polinomios y di cuáles son sus raíces:

- a)  $2x^3 - 12x^2 + 18x \rightarrow$  .....
- b)  $3x^4 - 12x^2 \rightarrow$  .....
- c)  $x^4 - 1 \rightarrow$  .....
- d)  $5x^4 - 50x^3 + 125x^2 \rightarrow$  .....

**8** Descompón en factores.

- a)  $x^3 - x^2 - 4x + 4 \rightarrow$  .....
- b)  $3x^2 + x - 2 \rightarrow$  .....

**9** Escribe un polinomio de tercer grado que tenga por raíces:

- a) 2, 3 y -1  $\rightarrow$  .....
- b) -2 y 5  $\rightarrow$  .....

**10** Simplifica.

a)  $\frac{x^3 - 9x}{x^3 + 3x^2} =$

b)  $\frac{x^2 - 2x - 3}{2x^2 - 3x - 5} =$

**11** Calcula y simplifica si es posible.

a)  $\frac{3x^3}{x-2} : \frac{6x^2}{x^2-2x} :$

b)  $\frac{x}{x-3} - \frac{x-2}{x+3} :$

c)  $\frac{x}{x+1} - \frac{x-2}{x^2+x} + \frac{1}{x}$

## ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

**1** Resuelve las ecuaciones siguientes:

a)  $(2x-3)^2 + (x-2)^2 = 3(x-5) + 5x(x-1)$

b)  $(2x+1)^2 = -2 + (x-1)(x+1)$

c)  $(x-1)^2 - \frac{3x-1}{5} = \frac{(x+1)(x-3)}{3} + \frac{x}{2}$

**2** Resuelve:

a)  $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$

b)  $x^4 - x^2 - 12 = 0$

**3** Resuelve:

a)  $(x+3)(2x+5)x = 0$

b)  $3x^3 - 75x = 0$

c)  $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$

**4** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\sqrt{3x-2} - x = \frac{x-2}{5}$

b)  $\frac{1}{x} + \frac{x+2}{2x-3} = \frac{x+1}{x}$

**5** Halla las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) 
$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} + \frac{y+3}{4} = 1 \\ \frac{1-x}{2} - \frac{2-y}{6} = 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x^2 - y = 8 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

**6** Resuelve por reducción:

a) 
$$\begin{cases} 3y - 5x = 180 \\ 1,4x - 0,6y = 12 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 15 \\ 3x^2 - 12y^2 = 15 \end{cases}$$

**7** Resuelve:

a) 
$$\begin{cases} y + 1 = xy - x \\ xy = 6 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} xy = 2 \\ x^2 - 9y^2 = 35 \end{cases}$$

**8** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $5(x-1) < 3x-8$

b)  $2x-9 \leq 5x+3$

**9** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $4x^2 - 11x + 6 \leq 0$

b)  $2x + 3 \leq x^2$

**10** Resuelve estos sistemas de inecuaciones:

a) 
$$\begin{cases} 3x - 2 < 4 \\ 5 - x \geq 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 4x + 1 < 9 \\ 3x + 5 < 4x + 6 \end{cases}$$

**11** La calificación de una asignatura se obtiene mediante dos pruebas: una escrita, que aporta el 65% de la nota final y otra oral, que aporta el 35%. Si un estudiante obtuvo 12 puntos entre las dos pruebas y su nota final fue un 5,7, ¿qué nota tuvo en cada una de ellas?

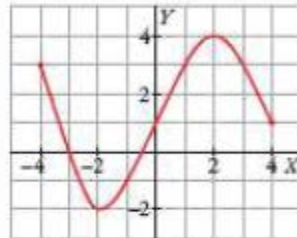
**12** Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 7 cm más que el otro, y su perímetro es de 40 cm. Halla los lados del triángulo.

**13** Halla las dimensiones de una parcela rectangular cuya diagonal mide 52 m y tiene un perímetro de 136 m.

**14** Un grupo de amigos quiere hacer un regalo que cuesta 120 €. Si se apuntase uno más, cada uno debería pagar 4 € menos. ¿Cuántos amigos son y cuánto dinero tiene que aportar cada uno?

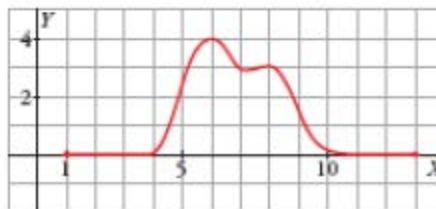
## FUNCIONES

1 Observa la gráfica y contesta las cuestiones:



- Di cuál es su dominio de definición y su recorrido.
- ¿Tiene máximo y mínimo relativos? En caso afirmativo, ¿cuáles son?
- ¿En qué intervalos es creciente la función? ¿En cuáles es decreciente?

2 Di cuál es el dominio y el recorrido de la función dibujada:



3 Representa la función  $y = x^3 - 3x$  definida en el intervalo  $[-3, 3]$ .

x							
y							

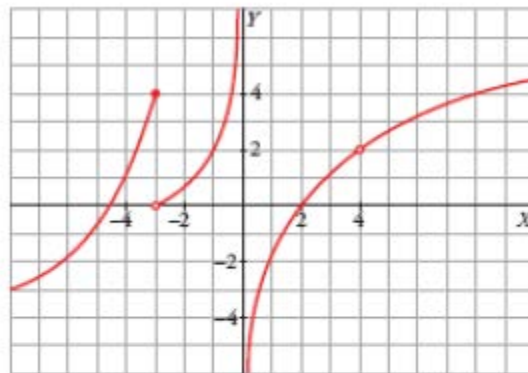
4 Calcula el dominio de definición y el recorrido de las siguientes funciones:

- $f(x) = 2x - 1, x \in [2, 5]$
- $g(x) = x^2$

5 Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

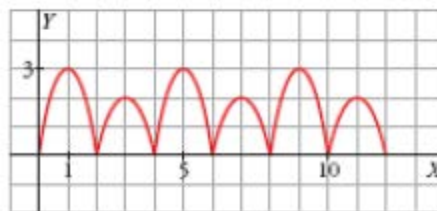
- $f(x) = \sqrt{7-x}$
- $f(x) = \sqrt[3]{7x-14}$
- $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 8}$
- $f(x) = \frac{3x-2}{16-2x}$
- $f(x) = \frac{-1}{x^2 + 5x}$
- $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 21}$

6 Observa la gráfica siguiente y resuelve las cuestiones:



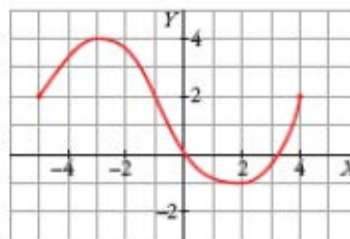
- a) ¿En qué intervalos es continua la función?
- b) ¿Cuáles son los puntos de discontinuidad?
- c) ¿Cuáles son los motivos de cada discontinuidad?

7 Observa esta función:



- a) ¿Es periódica? En caso afirmativo, ¿cuál es su periodo?

8 Halla la tasa de variación media de la siguiente función en los intervalos indicados:

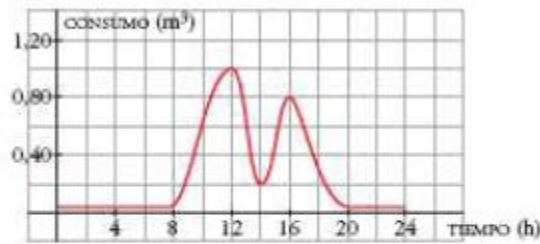


- a) [-5, 0]
- b) [-5, -3]
- c) [-5, -1]
- d) [-1, 0]
- e) [2, 4]
- f) [0, 4]

9 Calcula la T.V.M. de la función  $y = \frac{x^2}{2} - 3x + 4$  en los siguientes intervalos:

- a) [2, 3]
- b) [3, 4]
- c) [3; 3,5]
- d) [4, 5]
- e) [1, 2]
- f) [2, 4]

10 El consumo de agua en un colegio viene dado por esta gráfica:



- a) ¿Durante qué horas el consumo de agua es nulo?
- b) ¿Cuándo el consumo es creciente? ¿Cuándo es decreciente?
- c) ¿Durante qué horas se alcanzan los valores máximos y los valores mínimos de consumo de agua?

11 Representa la función  $y = -x^3 + 9x^2 - 15x + 30$ , definida en  $[0, 6]$ , dándole a  $x$  valores enteros.

Supón que:

- $y$  es el valor en bolsa, en millones de euros, de una empresa que acaba de cambiar de dirección.
- $x$  es el número de meses transcurridos desde que se realizó una auditoría.

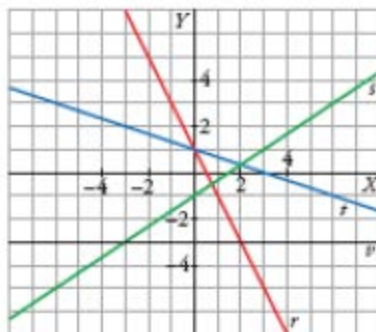
Describe su evolución en estos seis meses, señalando crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos.

## FUNCIONES ELEMENTALES

1 Representa las siguientes rectas y di, en cada caso, cuál es su pendiente.

- a)  $r: y = 9 - 3x$
- b)  $s: y = \frac{2x - 5}{5}$
- c)  $t: 3x - 4y = 8$
- d)  $u: -7x + 2y = 7$

2 Escribe la ecuación de las funciones dibujadas:

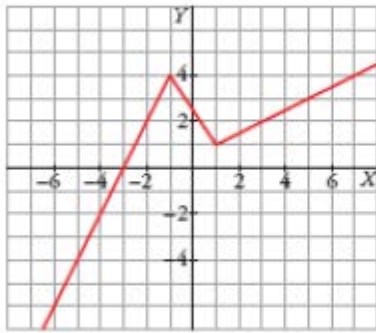


3 Representa las funciones definidas a trozos cuyas ecuaciones son:

- a)  $f(x) = \begin{cases} -x + 4 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$
- b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} - 3 & \text{si } x < 0 \\ 2x - 3 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 3 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$



4 ¿Cuál es la ecuación que corresponde a la siguiente gráfica?



5 Representa las siguientes parábolas y halla el vértice en cada caso, indicando si es un máximo o un mínimo:

a)  $y = \frac{x^2 - 4x - 21}{3}$

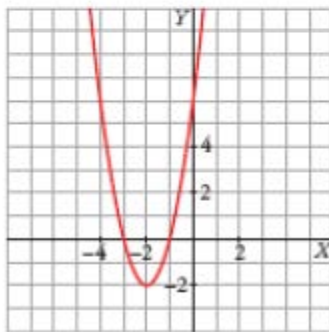
b)  $y = x^2 - 2x$

c)  $y = \frac{x^2}{3} + 1$

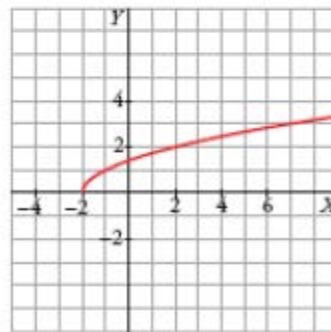
d)  $y = -x^2 - 2x - 4$

6 Asocia a cada gráfica una de las ecuaciones:

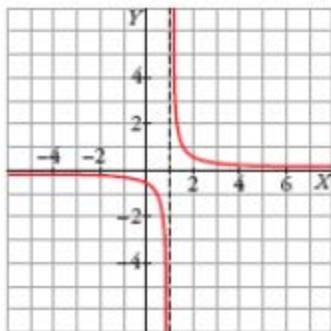
Ⓘ



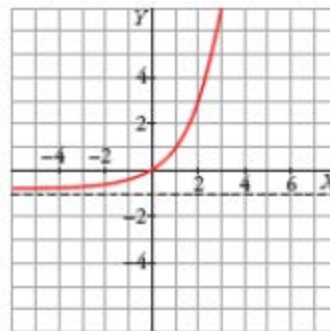
Ⓢ



Ⓢ



Ⓢ



a)  $y = 3^x + 1$

b)  $y = 2(x + 2)^2 - 2$

c)  $y = \sqrt{2x - 2}$

d)  $y = \frac{1}{x} + 1$

e)  $y = \sqrt{x + 2}$

f)  $y = \frac{1}{2x - 2}$

g)  $y = 2^x - 1$

h)  $y = 2x^2 - 8x + 6$

7 Representa cada una de las siguientes funciones y di cuál es su dominio de definición:

a)  $f(x) = \sqrt{x-3}$

b)  $f(x) = \sqrt{4-2x}$

c)  $f(x) = \frac{-1}{x+2}$

d)  $f(x) = 2 - \frac{5}{3-x}$

e)  $f(x) = 3^x - 2$

f)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

8 Calcula los siguientes logaritmos:

a)  $\log_5 125 = \square$

b)  $\log_5 \frac{1}{25} = \square$

c)  $\log_3 \sqrt{3} = \square$

d)  $\log_2 8^2 = \square$

9 Calcula la base de los siguientes logaritmos:

a)  $\log_b 5 = 1$

b)  $\log_b \frac{1}{4} = -2$

c)  $\log_b 4 = -2$

d)  $\log_b \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$

10 Resuelve analítica y gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:

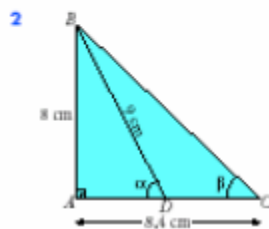
a)  $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = 2x^2 - 4x + 1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = \sqrt{x} - 1 \end{cases}$

## TRIGONOMETRÍA



Halla las razones trigonométricas de los ángulos  $\hat{B}$  y  $\hat{C}$ .



Halla  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{sen} \beta$ .

3 Si  $\operatorname{sen} \alpha = 0,45$ , calcula  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$ .

4 Si  $\operatorname{csc} \alpha = \frac{5}{7}$ , halla los valores exactos de  $\operatorname{sen} \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$ .


5 Si  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ , calcula  $\operatorname{sen} \alpha$  y  $\cos \alpha$ .

6 El hilo que sostiene una cometa forma un ángulo de  $60^\circ$  con un punto del suelo. ¿Cuál es la longitud del hilo si la cometa está a 25 m de altura?

7 En un triángulo isósceles los ángulos iguales miden  $54^\circ$  y el lado desigual 18 cm. Calcula la medida de los lados iguales.



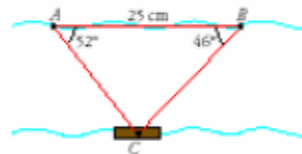
Calcula el área del triángulo ABC.

10  Calcula la altura  $BH$  y el lado  $BC$  del triángulo  $ABC$ , del que conocemos  $AB = 20$  m,  $AC = 43$  m y  $\hat{A} = 40^\circ$ .

11  Halla el área del trapecio  $ABCD$ .

12 Desde un punto  $P$  del suelo, medimos el ángulo que forma la horizontal con el punto más alto de una torre y obtenemos  $38^\circ$ . Nos alejamos 60 m de la torre y volvemos a medir el ángulo, que en ese punto es de  $28^\circ$ . ¿Cuál es la altura de la torre?

13 Para calcular la distancia de  $A$  al embarcadero  $C$ , tomamos las medidas que indica la figura. Halla  $\overline{AC}$ .



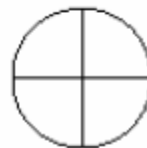
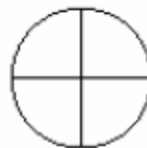
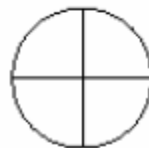
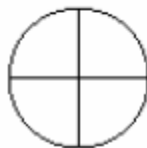
14 Sitúa en la circunferencia goniométrica los siguientes ángulos y di el signo de sus razones trigonométricas:

a)  $152^\circ$

b)  $310^\circ$

c)  $85^\circ$

d)  $200^\circ$



15 Si  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{4}$  y  $\alpha < 180^\circ$ , halla  $\sin \alpha$  y  $\alpha$ . ¿Cuánto mide el ángulo  $\alpha$ ?

## PROBABILIDAD

1 En una baraja española (40 cartas, 4 palos: OROS, ESPADAS, COPAS, BASTOS), consideremos los siguientes sucesos:

$B$  = BASTOS

$F$  = FIGURAS (sotas, caballos, reyes)

$R$  = REYES

$A$  = ASSES

a) Describe los siguientes sucesos:  $B \cap F$ ,  $B \cup R$ ,  $R \cup A$ ,  $R \cap A$  diciendo de qué cartas consta cada uno de ellos.

b) Calcula las probabilidades de los cuatro sucesos anteriores.

c) Describe el suceso  $(F \cup A)'$  y calcula su probabilidad.

2 Lanzamos una moneda cuatro veces y anotamos los resultados en orden. Por ejemplo (C, +, C, C). Describe los sucesos:

$A \cap B$

$A$  = El primer lanzamiento ha sido cara

$A'$

$B$  = Ha habido, al menos, dos caras

$B'$

Calcula la probabilidad de cada uno de los cinco sucesos anteriores.

- 3 Lanzamos tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que el menor de los resultados sea 5?
- 4 Tenemos tres urnas con bolas rojas y verdes:

URNA A: 3 ROJAS Y 2 VERDES      URNA B: 3 ROJAS Y 1 VERDE      URNA C: 1 ROJA Y 1 VERDE

- a) Sacamos una bola de cada urna. Hallar la probabilidad de que las tres sean rojas.
- b) Se saca una bola de A y se echa en B. Removemos. Se saca una bola de B y se echa en C. Removemos. Se saca una bola de C. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres bolas extraídas sean rojas?
- 5 a) Sacamos tres cartas de una baraja (de 40 cartas). Calcular la probabilidad de que las tres sean figuras.  
b) Tenemos tres barajas de 40 cartas. Sacamos una carta de cada baraja. Hallar la probabilidad de que las tres sean figuras.
- 6 Queremos romper un botijo viejo a pedradas. Tenemos tres piedras y la probabilidad de acertar con cada una de ellas es 0,4. ¿Cuál es la probabilidad de romper el botijo con alguna de las tres?  
(INDICACIÓN: calcula, previamente, la probabilidad de no acertar con ninguna).
- 7 Se ha estudiado el caso de 500 personas adultas durante un invierno, teniendo en cuenta si fuman (F) o no (no F), y si se han resfriado (R) o no (no R). Estos son los resultados:

	F	no F	TOTAL
R	140		
no R		150	
TOTAL	200		500

- a) Completa la tabla.
- b) Explica el significado de  $F/R$  y calcula su probabilidad.
- c) Explica el significado de  $R/F$  y calcula su probabilidad.
- d) ¿Se infiere de estos resultados que los fumadores son más propensos a los resfriados?

## COMBINATORIA

- 1- ¿Cuántos números de cuatro cifras pueden formarse con los nueve primeros números, sin que se repitan las cifras?
- 2- ¿Cuántas pesadas diferentes podrán hacerse con ocho pesas distintas, tomándolas de tres en tres?
- 3- Para jugar al dominó siete fichas hacen un juego. Sabiendo que son 28 fichas, halla cuántos juegos diferentes podrán obtenerse.
- 4- ¿De cuántas maneras podrán distribuirse ocho premios iguales entre 12 aspirantes? ¿Y si los premios fueran diferentes?